

## 論文

## ロシア・ルーブル/日本円為替相場時系列曲線のフラクタル的特徴

Fractal Feature of Time- Series Curve of Russian-Ruble-to-  
Japanese-Yen Exchange Rates

安 木 新一郎

YASUKI Shinichiro

## 抄録

本稿では、ロシア連邦中央銀行が公開している名目日次ロシア・ルーブル/日本円為替相場データを使い、スケール転換解析をおこなうことで、その時系列曲線のフラクタル的特徴について検討した。解析の結果、2000年1月初～2014年12月末までの曲線のハースト指数  $H$  は  $H > 0.5$  と推計された。

2000年1月初～2011年12月末までの曲線のハースト指数については、 $H < 0.5$  となっており、日ロ両国の外国為替相場への介入の影響が見られた。

日本で外国為替平衡操作がおこなわれなくなって以降の、2012年1月初～2020年12月末までの曲線のハースト指数は  $H > 0.6$  であり、米ドル/ルーブル相場の時系列曲線と同じであることを明らかにした。2012年1月以降、ルーブル/円相場に持続性が弱いながらも生じたことを意味する。

本稿の特徴は、これまでほぼ無関係に進んでいた、フラクタル幾何学による金融商品価格の時系列曲線の解析と、外国為替政策の影響の分析という2つの研究を両方組み込んで考察した点にある。

キーワード：日本円、ロシア・ルーブル、フラクタル幾何学、ランダムウォーク、スケール転換解析

## 1 はじめに

ロシアは原油や天然ガスを豊富に産出する。ロシアは同じく産油国であるサウジアラビア、メキシコ、ノルウェーなどに比べ、自国通貨の対ドル相場と国際原油価格との相関がひととき強いことが知られている。こうしたこともあって、ロシアは「資源依存経済」だと言われる<sup>1</sup>。

ウラル・ブレントや WTI (ウェスト・テキサス・インターミディエト) などの原油先物価格が上昇すると、ロシアの通貨であるルーブルは対ドルで高くなり、逆も真であることから、金融市場参加者はロシア・ルーブルを「利付の原油」と呼ぶことがある。

ルーブル外国為替相場の動向および特徴については、ルーブル外国為替相場と国際原油価格の強い相関を前提として、おもにロシア財務省・ロシア連邦中央銀行(ロシア銀行)の政策の観点から研究されてきた<sup>2</sup>。これに対して、ルーブル外国為替相場の時系列曲線の特徴そのものに関する研究はあまり行われてこなかった。

こうした状況の中、後述するように、ポーランド・クラコフ大学の Bula 氏は、フラクタル幾何学 *fractal geometry* を用いて、ルーブルの対ドルだけでなく、さまざまな通貨との相場の時系列曲線の特徴を明らかにした。

フラクタル幾何学とは、事象や物の全体とその一定部分の形の相似性を分析するために考え出されたものであり、不規則で断片的な形を取り扱う幾何学である。なお、フラクタルはマンデルブロ<sup>3</sup>の造語である<sup>4</sup>。

フラクタル幾何学の核心をなすのは、自己相似性 *self-similarity* という概念と、自己相似性を定量的に把握するためのフラクタル次元 *fractal dimension* という尺度である。

自己相似性とは、あるものの形の全体とその一定部分が相似になっていることをいう。例えば、三陸海岸南部のようなりア *ria* を地図で見ると、全体がギザギザに連なっているが、ある一定部分を拡大して見ると、やはり全体と同じくギザギザになっている。

フラクタル次元は非整数をとる次元の総称であり、ハウスドルフ次元、相似性次元、ボックス・カウンティング次元など、さまざまな次元が含まれる。

本稿の分析対象である、外国為替相場のような金融データの時系列曲線がフラ

クタルであるかどうかを調べるために用いられるのがハースト指数  $H$  である<sup>5</sup>。フラクタル次元  $D$  とハースト指数  $H$  とのあいだには、 $D=2-H$  という関係がある<sup>6</sup>。

ハースト指数  $H=0.5$  のとき、ある時系列曲線はランダムウォークにしたがっている、言い換えると、当期の観察値と過去の観察値とのあいだの相関はゼロだとされる。つまり、当期と過去の観察値は互いに独立な事象となっている。これに対して、 $H \neq 0.5$  のとき、当期の観察値と過去の観察値とあいだに相関が存在することになる<sup>7</sup>。

筆者はこれまで、以下で詳述する新田（2001）のスケール転換解析の手法を用いて、ロシア・ルーブル外国為替相場の時系列曲線の特徴について考察してきた<sup>8</sup>。そこではロシアの外国為替レート政策にとって重要である米ドルと、ユーロと米ドルから構成される通貨バスケットとのあいだの名目日時データにもとづく解析をおこなった。解析の結果、為替相場の時系列曲線が自己アフィンフラクタルであることと、ハースト指数  $H$  は全期間にわたって  $0.5$  より大きいことを明らかにした。

Bula（2015）は、新田（2001）と同じく Peters（1994）にもとづくものの、若干の改良を加えたスケール転換解析の手法を使い、金融商品に関するウェブサイト（[www.stooq.com](http://www.stooq.com)）に掲載されている日次データを使って、2000年初年から2014年末のロシア・ルーブルと38の通貨との為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  の値とフラクタル次元を推計している。その結果、筆者の結論と同じく、ルーブル/米ドルの名目時系列曲線のハースト指数  $H \neq 0.5$  であり、また、 $0.5$  より若干大きい値であるとした。

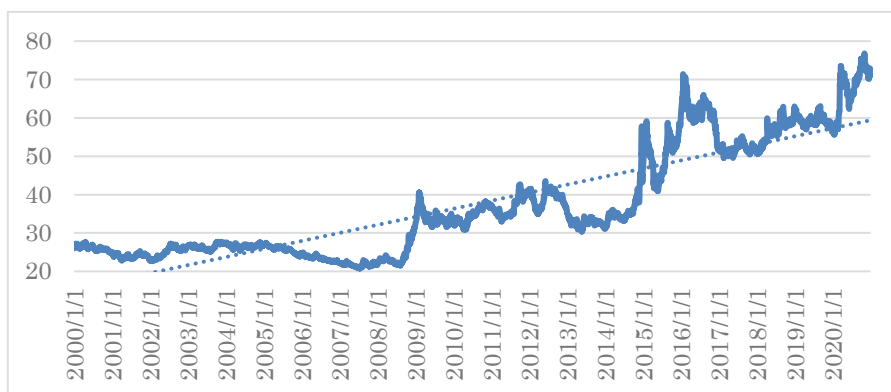
Bula（2015）は、もっとも想定外の結果として、スイス・フラン、ユーロ、英ポンド、日本円、米ドルの主要通貨5種とルーブルとの為替相場の時系列曲線のハースト指数のうち、日本円以外の4種のハースト指数は  $H > 0.5$  であるにもかかわらず、日本円だけはほぼ  $H = 0.5$  となっていた点を挙げている。

このように、Bula（2015）は、外国為替相場の時系列曲線のハースト指数およびフラクタル次元の推計方法の改良を試みた点に加え、これまで知られていなかったロシア・ルーブル為替相場の時系列曲線の特徴を明らかにした。

ただし、解析期間は2000年1月初～2014年12月末であるが、当該期間の日

ロ両国の為替レート政策とその変化については考慮されていない。

図1 公定名目日次ロシア・ルーブル/日本円外国為替相場の動態、2000年1月初～2020年12月末（縦軸：ルーブル/100円、横軸：年月日）



注) 2008年9月のいわゆる「リーマン・ショック」以降、ルーブル安が進んだことがわかる。

出所) ロシア銀行公開データ (www.cbr.ru) より筆者作成。以下同じ。

以下ではまず、Bula (2015) の結果を検証するため、名目日次ルーブル/円相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  とフラクタル次元  $D$  の値を推計する。次に、 $H$  の値がほぼ 0.5 であったとしても、解析対象がランダムウォークには従っていない点を指摘する。さらに、日ロ両国の外国為替政策を考慮した上で、ルーブル/円相場の  $H$  の変化を見る。最後に、まとめと今後の課題について述べる。

## 2 ルーブル/円相場の時系列曲線のスケール転換解析

名目日次ルーブル/円相場の時系列曲線を分析対象としてスケール変換解析 rescaled range analysis をおこない、曲線のハースト指数  $H$  を求める。なお、本稿で用いるルーブル/円相場のデータは、ロシア銀行の公定値である。

ハースト指数  $H$  は解析対象のランダムウォークからの逸脱の度合いを示す指標である。 $H = 0.5$  の時、解析対象の曲線は完全にランダムなブラウン曲線となる。 $H > 0.5$  の時、いったん上昇すると上昇傾向が継続し、反対に下降すると下降傾向がつづく。この傾向を「持続性」と呼び、「長期の記憶効果」があると表現する。

$H < 0.5$ の時、上昇してもすぐに下降に転じ、下降してもすぐに上昇に転じるという「反持続性」が見られる<sup>9</sup>。

$H > 0.5$ であっても  $H$  が  $0.5$  に近づくほど持続性は弱く、政府・中央銀行による為替介入が顕著であればあるほど  $H$  は小さくなっていくと考えられる<sup>10</sup>。

時系列曲線のハースト指数  $H$  は以下のように定義される<sup>11</sup>。ある与えられた時系列曲線の時間間隔  $T$  での大まかな変化の大きさ  $X$  を次の式で表す。

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \langle x \rangle)^2}$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T x_i$$

$x_i$  は時刻  $t = i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) での  $x$  の値であり、 $X$  と  $T$  の間には、

$$X = aT^H \quad (0 < H < 1)$$

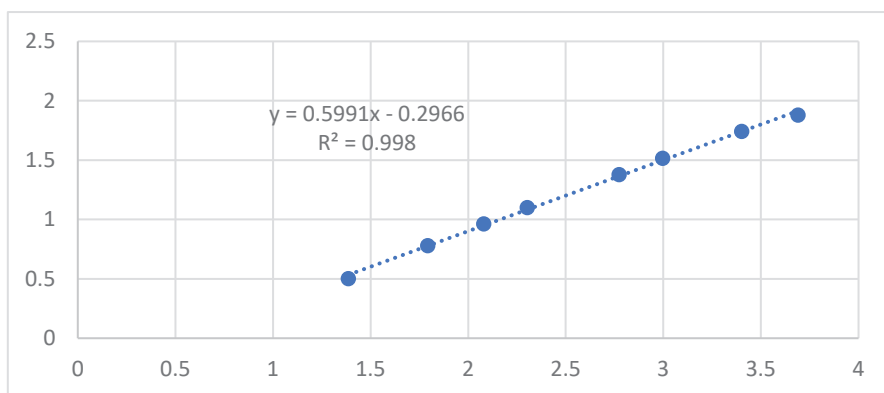
の関係式が成り立つ。ここで、 $a$  は定数であり、 $H$  が時系列曲線  $x(t)$  のハースト指数となる。

本稿における名目日次ルーブル/円為替相場の時系列曲線のハースト指数およびフラクタル次元はスケール転換解析によって求めた<sup>12</sup>。以下、手順を示す。

- (1) 日毎の値  $x(t)$  の対数  $\log x(t)$  を計算する。
- (2)  $\log x(t)$  の差分  $\log x(t) - \log x(t - 1)$  を計算する (原系列の定常化)。
- (3) ある時間間隔 ( $N$  日間) を決め、その中で日毎の偏差  $X(t)$  を計算する。本稿では解析のための時間間隔として  $N=4, 6, 8, 10, 16, 20, 30, 40$  (日) を用いた。
- (4)  $X(t)$  の  $k$  ( $1 \leq k \leq N$ ) 日目までの累積偏差  $\sum_{i=1}^k X_i$  を計算する。
- (5) 累積偏差の最大値と最小値の差、すなわち累積偏差のレンジ  $R$  を求める。
- (6) また、 $X(t)$  の  $N$  日間の標準偏差  $S$  を求めておく。

- (7)  $N$ 日間ごとに  $R/S$ をそれぞれ計算し、それらの平均値を求める。
- (8) 解析のために用いたすべての  $N$ について、 $\log N$ を  $x$ 軸に、 $R/S$ の平均値の対数を  $y$  軸として点をプロットし、あてはめた直線の傾きからハースト指数  $H$ を求める。この時、決定係数  $r^2$ が 1 に限りなく近い値、例えば 0.99 のような値であれば、これはフラクタルになっていると言える。
- (9) なお、フラクタル次元  $F$ は  $F=2-H$ から求まる。一般に、政府・中央銀行からの介入があまりない外国為替相場の時系列曲線のフラクタル次元  $F$ は  $F=1.25\sim 1.45$ 程度である。

図 2 2000年1月初～2014年12月末までの公定名目ロシア・ルーブル/日本円外国為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$ と決定係数（縦軸： $\text{LN}(R/S)$ 、横軸  $\text{LN}(N)$ ）



出所) ロシア銀行データより筆者作成。

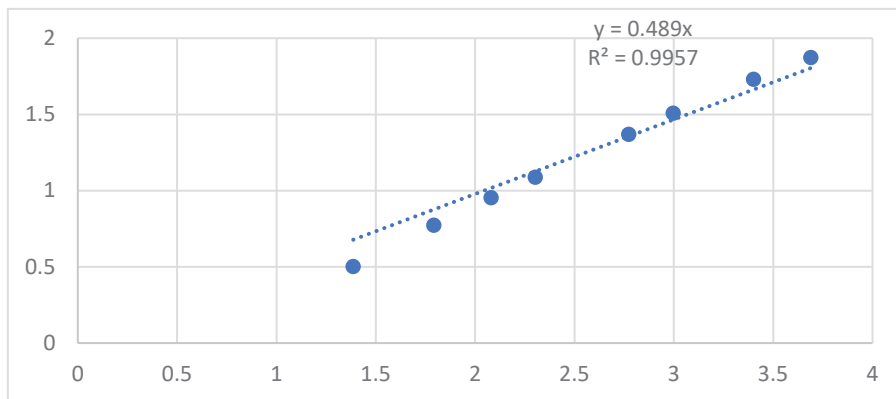
以上の手順により求めた 2000年1月初～2014年12月末までの公定名目ロシア・ルーブル/日本円為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$ は、図 2 のように  $H=0.5991$ （よってフラクタル次元  $F=1.4009$ ）（決定係数  $r^2=0.998$ ）となり、ほぼ  $H=0.5$  だとは言えない。

よって、Bula (2015) と本研究の解析結果は一致しなかった。本稿ではロシア銀行公定レートを解析対象としたが、Bula (2015) で用いた元のデータは明示されていないものの、おそらく金融市場での取引レートを使っているものと考えられる。

そこで、2000年1月初から日本で最後に為替介入がおこなわれた年である2011年12月末までのハースト指数を推計する。2008年9月に発生したいわゆる「リーマン・ショック」以降、FRB（米連邦準備制度理事会。Fed）はドル供給量を増やすため、金利を下げ、さらに量的緩和をおこなった。その結果、2011年に75円/ドルにまで円高が進んだ。この円高に対処するために、2011年11月に日本銀行は最後の外国為替平衡操作を実施した。また、ロシアでは2000年にプーチン大統領が就任して以降も、さまざまな為替レート政策が実施されており、2021年4月現在も実質的な為替介入がつづいている<sup>13</sup>。

2000年1月初から2011年の12末日までの公定名目日次ルーブル/円相場の時系列曲線をスケール転換解析した結果、 $H=0.489$ （決定係数 $r^2 = 0.9957$ ）となり、 $H=0.5$ に近く、また反持続性が見られることがわかる。

図3 2000年1月初～2011年12月末までの公定名目ロシア・ルーブル/日本円外国為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  と決定係数（縦軸：LN(R/S)、横軸 LN(N)）



出所) ロシア銀行データより筆者作成。

### 3 ルーブル/円相場の時系列曲線の特徴

2000年1月初～2011年12月末までの公定名目日次ロシア・ルーブル/日本円為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  が 0.5 に近い。 $H=0.5$  であれば、先行研究によれば、この曲線がランダムなブラウン運動を描いている可能性があるこ

とを意味する。

ブラウン運動あるいはウィナー過程 Wiener process<sup>14</sup>は、以下の条件を満たす確率過程  $X$  として定義される<sup>15</sup>。

(1) 確率 1 で、 $X(0) = 0$  ( $X$  は原点を出発する) かつ  $X(t)$  は  $t$  について連続である。

(2) すべての  $t \geq 0$  と  $h > 0$  に対し、増分  $X(t+h) - X(t)$  の分布は平均 0 で分散  $h$  の正規分布にしたがう。すなわち、

$$\mathbf{P}(X(t+h) - X(t) \leq x) = (2\pi h)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u^2}{2h}\right) du$$

(3)  $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{2m}$  に対し、増分  $X_{\tau}(t_2) - X_{\tau}(t_1)$ ,  $X_{\tau}(t_4) - X_{\tau}(t_3)$ ,  $\dots$ ,  $X_{\tau}(t_{2m}) - X_{\tau}(t_{2m-1})$  は独立である。

ただし、 $\mathbf{P}$  はこの関数空間上の確率測度、 $\tau$  は  $t$  に比べて十分に短い時間とする。

条件 (1) および (2) より、すべての  $t$  に対し、 $X(t)$  自身も平均 0 で分散  $t$  の正規分布にしたがう。また、 $X(t+h) - X(t)$  の分布は  $t$  によらない。つまり、 $X$  の増分は安定 stationary である。

すなわち、本稿の解析対象であるルーブル/円相場において、定常化されたある日の値とその前日の値の差の平均が 0、分散が 1 でなければ、ブラウン曲線とは言えないことになる。

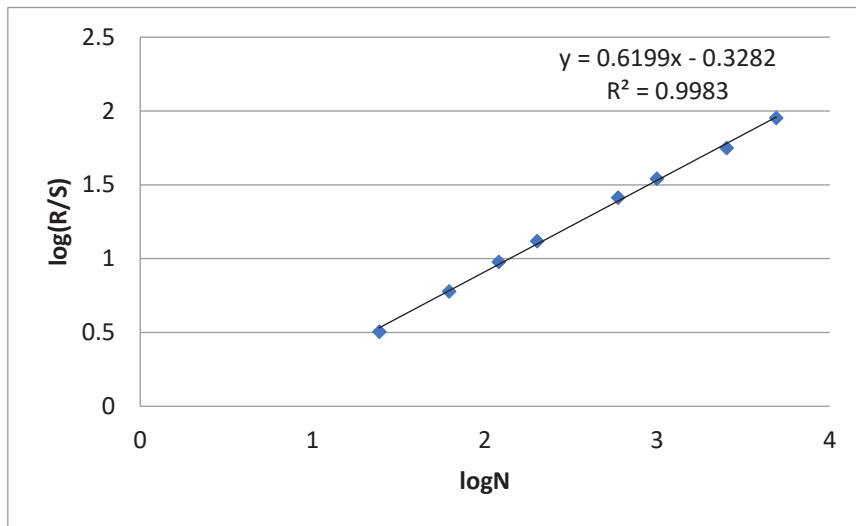
そこで実際に平均と分散を計ってみると、平均は 0.0055、分散は 0.1121 となり、平均はほぼ 0 であるが分散は 1 ではないことがわかった。

したがって、2000 年 1 月初～2011 年 12 月末までの公定名目日次ルーブル/円相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  は 0.5 に近いものの、増分が正規分布によらないことから、ブラウン曲線ではないと言える<sup>16</sup>。



#### 4 2012年以降の変化

図4 2012年1月初～2020年12月末までの公定名目ロシア・ルーブル/日本円外国為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  と決定係数（縦軸： $\text{LN}(R/S)$ 、横軸  $\text{LN}(N)$ ）



出所) ロシア銀行データより筆者作成。

すでに述べたように、日本では2011年11月に最後の外国為替平衡操作が実施されて以降、為替介入はおこなわれていない。そこで、1で解説した手順により、少なくとも日本で為替介入が実施されなくなった2012年1月初～2020年12月末までの公定名目ロシア・ルーブル/日本円為替相場の時系列曲線のハースト指数  $H$  を求めてみる。

その結果、図4のようにハースト指数  $H=0.6199$  (フラクタル次元  $F=1.3801$ ) (決定係数  $r^2=0.9983$ ) となり、決定係数はほぼ1であり、弱いながらも持続性が見られることがわかった。このハースト指数の値は、名目公定日次ルーブル/ドルのハースト指数の値とほぼ同じであり<sup>17</sup>、他の通貨ペアに比べルーブル/円が特異だとは言えなくなる。

## 5 おわりに

まず、本稿において解析対象とした、2000年1月初～2020年12月末までの名目日次ロシア・ルーブル/日本円公定為替相場の時系列曲線は自己アフィンフラクタルであると推測される。

また、2000年1月初～2011年12月末までの曲線のハースト指数 $H$ は0.5に近似していたが、元データの分散は1ではなかったことから、ランダムなブラウン曲線となつてはいないと考えられる。ただし、ランダムウォークではないものの、持続性が失われていた。このようにランダムウォークの場合の分散1よりも実際値は小さい状態であることは、他の金融商品の時系列データと共通している<sup>18</sup>。

2000年1月初～2011年12月末の期間において持続性が見られず、また、2012年1月初～2020年12月末の期間において持続性が見られたということは、ロシアによる為替介入の影響よりも、日本銀行による介入の影響の方がはるかに大きいことを意味する。なぜなら、ロシア銀行による介入は続いているのに対し、日本銀行の介入は2012年以降ないのだから、ハースト指数 $H$ が0.5を下回ったのは、おもに日本銀行の介入によるものだと考えられるからである。

最後に今後の課題であるが、2000年～2011年に介入があるにもかかわらず、ルーブルの対米ドル、ユーロ、英ポンド、スイス・フラン相場には弱いながらも持続性が見られた一方、対日本円では持続性が失われていた理由について考えるためには、円相場の特徴について考察しなければならない。本研究によって、いわゆる「アベノミクス」以前における国際通貨の中の円の特異な振る舞いを浮き彫りにすることができたと言えるだろう。

## 注

---

1 久保庭 (2011)。

2 例えば、一ノ渡 (2015)。

3 マンデルブロがフラクタル構造に気が付いたきっかけの一つは、株価の動きだったと言われている。

4 Mandelbrot (1997)。なお、フラクタル幾何学は複雑系科学の一分野である。複雑系科学については、塩沢 (1997) (増補版 (2020))、長野 (2015) を参照。なお、熱力学を前提として金融工学はあるが、本稿脚注7で述べるように、金融商品の時系列曲線はブラウン運動に従っていない。

- 
- 5 ハースト指数はフラクタル幾何学が登場する前に考え出されていた (Hurst1951)。
- 6 新田 (2001)、松下 (2004)、ファルコナー (2006)。
- 7 金融工学では外国為替市場や株式市場は効率的市場だと見なされ、外国為替相場や株価はランダムウォークに従うとの仮定のもとで予測が行われている。もし外国為替相場や株価の時系列がランダムウォーク仮説のとおり振る舞うとすれば、現時点での観察値と過去の観察値との相関はゼロということになる。しかしながら、外国為替相場の時系列曲線については、完全にランダムな動きをするというブラウン運動ではないことがわかっている。ブラウン運動を変形したものとして、非整数ブラウン運動 (fractal Brownian motion。自己相似性と長期依存 long-range dependence を特徴とするガウス過程 Gaussian process) (松下 2004 : 67-68)、およびレヴィ過程 Levy process という 2 種類の確率過程が考えられている (ファルコナー2006 : 336)。
- 8 安木 (2012)、安木 (2013)、安木 (2014)、安木 (2020)。
- 9 新田 (2001)。
- 10 水上・ドー (2011)、安木 (2012)。
- 11 松下 (2004 : 67-68)。
- 12 新田 (2001 : 45-82)。
- 13 安木 (2020) で、ロシアでは近年為替介入は行われていないと述べたが、実際には豊富な金外貨準備を使って為替介入は続いている。ここに記して訂正するとともに、2020 年度ロシア東欧学会 (於、北海道大学) にて筆者の誤謬を指摘して下さった金野雄五・みずほ総合研究所上席研究員 (当時) に感謝申し上げます。
- 14 数学者はブラウン運動をウィナー過程と呼ぶことが多いようである (保江 2000 : 60)。
- 15 ファルコナー (2006 : 326)。
- 16 なお、増分が正規分布にしたがっていないことから、非整数ブラウン運動だと仮定することも難しいことがわかる。
- 17 安木 (2020)。
- 18 多くの金融商品の時系列データの平均は 0 で分散は 1 よりも小さくなることが知られている。高安 (2004) を参照。

## 参考文献

- 一ノ渡忠之 (2015) 「ウクライナとロシアの経済危機と政策対応 : 為替相場の急落と新たな経済対策」『ロシア・ユーラシアの経済と社会』、992。
- 久保庭真彰 (2011) 『ロシア経済の成長と構造 : 資源依存経済の新局面』、一橋大学経済研究所叢書 58、岩波書店。
- 塩沢由典 (1997) 『複雑系経済学入門』、生産性出版。

- 
- 塩沢由典 (2020) 『増補複雑系経済学入門』、ちくま学芸文庫。
- 高安秀樹 (2004) 『経済物理学の発見』、光文社新書。
- 長野八久 (2015) 「熱力学との対比による複雑系科学の展望」『唯物論と現代』、53。
- 新田功 (2001) 「フラクタル幾何学と経済時系列分析」、新田功・大滝厚・森久・阪井和夫 (2001) 『経済・経営時系列分析』、白桃書房、第3章。
- 松下貢 (2004) 『フラクタルの物理 (II) 応用編』、裳華房。
- 水上善博・ドーバントン (2011) 「ベトナムの通貨ドンと円の為替相場のフラクタル解析について」『滋賀大学産業共同研究センター報』、10。
- 保江邦夫 (2000) 『Excel で学ぶ金融市場予測の科学：市場を動かす中心金融定理とは何か』、講談社、B1286。
- 安木新一郎 (2012) 「ロシア・ルーブル外国為替相場のフラクタル解析について」『甲南経済学論集』、52(3・4)。
- 安木新一郎 (2013) 「ロシア・通貨バスケット・レートと国際原油価格の関係について」『経済学雑誌』、114 (3)。
- 安木新一郎 (2014) 「ロシア・ルーブル外国為替相場と国際原油価格の関係について」、『甲南経済学論集』、54 (1・2)。
- 安木新一郎 (2020) 「2019年ロシア・ルーブル外国為替相場と日本化するロシア経済」『ロシア・ユーラシアの社会』、1049。
- Bula, R. (2015) Fractal features of Russian ruble exchange rates, <https://www.researchgate.net/publication/307907177>.
- Falconer, K. (2003) *Fractal Geometry, Mathematical Foundations and Applications*, 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, West Sussex, England (ファルコナー, K. (服部久美子・村上浄信訳) (2006) 『フラクタル幾何学』、共立出版)。
- Hurst, H. (1951) Long-Term Storage Capacity of Reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. No.116.
- Mandelbrot, B. (1983) *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, NY (マンデルブロ, B. (広中平祐監訳) (1985) 『フラクタル幾何学』、日本経済新聞社)。

---

Mandelbrot, B. (1997) *Fractals and Scaling in Finance*, Springer, NY.

Peters, E. (1991) *Chaos and Order in the Capital Markets*, John Wiley & Sons Ltd., NY. (邦訳、ピーターズ、E. (新田功訳) (1994) 『カオスと資本市場』、白桃書房)。

Центральный банк Российской Федерации (<http://www.minfin.ru>)